

## ASCENSÃO DE UMA BOLHA DE AR EM TUBO VERTICAL EM LÍQUIDO ESTACIONÁRIO: ANÁLISE EXPERIMENTAL

**André Damiani Rocha**

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Mecânica – Departamento de Energia  
Caixa Postal: 6122 – CEP 13083-970 – Campinas – SP – Brasil  
damiani@fem.unicamp.br

**Eugênio Spanó Rosa**

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Mecânica – Departamento de Energia  
Caixa Postal: 6122 – CEP 13083-970 – Campinas – SP – Brasil  
erosa@fem.unicamp.br

**Resumo.** A ascensão de uma única bolha de ar em um tubo vertical contendo líquido estacionário foi estudada experimentalmente. O objetivo do experimento foi determinar a velocidade de ascensão da bolha, a forma do nariz e cauda e por fim, seu comprimento. Uma estimativa da espessura média do filme de líquido também foi obtida. Os testes experimentais realizados foram divididos em dois grupos. Um onde o líquido contido no tubo foi a água e outro contendo glicerina pura. A razão de viscosidade dos líquidos é de aproximadamente 1:1000. Para cada um desses testes outros dois testes foram realizados. Um com extremidade superior e inferior do tubo fechadas (Caso A) e outro com extremidade superior do tubo fechada e extremidade inferior do tubo aberta (Caso B). Para o Caso A, testes foram realizados para bolha 40 e 130ml de ar. A partir das medidas de tempo de deslocamento do nariz da bolha, foi possível determinar a velocidade de ascensão da bolha e a partir de fotografias da bolha de ar foi possível determinar a forma do nariz e cauda da bolha e também seu comprimento. Uma análise utilizando os números adimensionais de Eötvös e Morton mostrou que a velocidade de ascensão de uma bolha de ar em água não depende das forças viscosas e interfaciais. Já para a glicerina, a velocidade depende somente das forças viscosas. Esses resultados são apresentados e comparados com resultados/correlações existentes na literatura.

**Palavras chave:** Bolha alongada, Tubo vertical, Líquido Estacionário.

### 1. Introdução

Gás e líquido escoando em um tubo, para uma grande faixa de valores de vazão, resulta em um padrão de escoamento caracterizado por seqüências de longas bolhas, preenchendo quase toda a seção transversal, seguida de sucessivos pistões de líquidos que podem conter pequenas bolhas. Esse padrão de escoamento é conhecido como “slug flow” é encontrado em muitas situações, como por exemplo, na produção de hidrocarbonetos, em evaporadores, em caldeiras e condensadores em sistemas líquido-vapor etc.

Devido a essa importância em áreas diversificadas, a ascensão de bolhas alongadas tem sido estudada extensivamente desde 1910. Um dos primeiros estudos foi realizado por Gibson (citado por White e Beardmore 1962). Depois, o assunto foi objeto de pesquisa de Dumitrescu (1943) e Davies e Taylor (1950). Dumitrescu obteve uma expressão teórica para a velocidade de ascensão da bolha de Taylor em um líquido estacionário, assumindo escoamento potencial ao redor da bolha. Ele também derivou teoricamente a forma da bolha de Taylor. Concluiu que a bolha possui nariz de forma arredondado e que seu formato lembra a forma de uma bala. Davies e Taylor também publicaram fotografias mostrando que a bolha ascende em tubo vertical com a forma de uma bala. Ignorando os efeitos de tensão e de capilaridade e considerando somente energia potencial e cinética do líquido em queda livre ao redor da bolha, uma solução aproximada para o escoamento do líquido ao redor do nariz da bolha foi determinada por Dumitrescu e Davies e Taylor. A solução publicada por Dumitrescu relaciona a velocidade da bolha  $U$  através do líquido em um tubo vertical de seção circular sendo igual a  $U = 0,351(gD)^{1/2}$ . Davies e Taylor obtiveram uma solução no mesmo padrão porém, com outro valor de constante, 0,328.

Muitos outros estudos contribuíram para o entendimento da ascensão de bolhas em tubo vertical: Moore (1959) investigou a ascensão de uma bolha de gás em um líquido viscoso e mostrou que a solução de escoamento irrotacional ao longo da bolha é uma boa aproximação para se obter o campo de velocidade. Griffith e Wallis (1961) investigaram experimentalmente a ascensão de bolhas de vários tamanhos em tubos alguns de seus experimentos foram feitos com bolhas de Taylor em ascensão em líquido estacionário. As medidas de velocidade da bolha concordaram com aquelas obtidas por Dumitrescu. White e Beardmore (1962) realizaram um trabalho experimental com objetivo de medir a

velocidade de ascensão de uma bolha de ar em uma variedade de líquidos em tubos verticais. Eles definiram condições sobre as quais os efeitos das forças envolvidas tornam-se desprezíveis na determinação da velocidade terminal da bolha.

Nicklin et al. (1962) estudaram a ascensão de bolhas alongadas em água, para líquido estacionário e não estacionário, em tubos verticais. Verificaram que a velocidade de ascensão da bolha concorda com aqueles obtidos por Dumitrescu e que independe do seu comprimento. Goldsmith e Mason (1962) apresentaram um modelo hidrodinâmico para bolhas alongadas levando em consideração a viscosidade do líquido. Observaram que para um número de Eötvös constante, o nariz da bolha, o filme de líquido permanece independente da viscosidade do líquido.

Zukoski (1966) estudou experimentalmente a influência da viscosidade, tensão superficial e do ângulo de inclinação do tubo sobre o movimento de longas bolhas em tubos fechados de diferentes diâmetros. Verificou que a velocidade da bolha é independente das forças viscosas para  $RE > 400$ . Para tubo inclinado, verificou que a velocidade da bolha depende da tensão superficial. Verificou que a velocidade de ascensão da bolha é maior em tubos inclinados do que em tubo vertical. Wallis (1969) propôs uma correlação geral para a velocidade de ascensão de bolha envolvendo as propriedades do fluido como, tensão superficial, densidade e viscosidade.

Bendiksen (1985) estudou a velocidade de ascensão de uma única bolha alongada em um líquido não estacionário em diferentes ângulos de inclinação. A velocidade de deslizamento também foi obtida a partir da extrapolação dos dados para velocidade zero do líquido. Os resultados obtidos concordaram com aqueles obtidos por Zukoski. Campos e Guedes de Carvalho (1988) A esteira que se forma na cauda da bolha em ascensão em líquido estacionário foi estudada visualmente por Campos e Guedes de Carvalho (1988). Eles observaram que a formação da esteira é independente do comprimento da bolha para bolhas de comprimento acima de 88mm em um determinado tubo contendo um líquido viscoso.

Mais recentemente, Joseph (2003) obteve uma expressão para a velocidade de ascensão de uma pequena bolha (a bolha somente tinha nariz) e a força de arrasto utilizando da teoria de escoamento potencial viscoso. Usando essa teoria, estenderam a análise feita por Davies e Taylor incluindo os efeitos de viscosidade, tensão de superfície. Verificaram ainda que a expressão obtida concorda muito bem com os experimentos de Bhaga e Weber (1981) para número de Morton elevado. Viana et al. (2003) obtiveram uma correlação universal para o cálculo da velocidade de ascensão de uma bolha dentro de um tubo com líquido estacionário. Verificaram que a correlação proposta concorda muito bem com a correlação proposta por White e Beardmore com erro pequeno para a maioria dos dados. A correlação de Wallis (1969) e a correlação de Zukoski também estão de acordo com a correlação proposta. O erro da correlação ficou por volta de 10%.

Em 2005, Funada et al., desenvolveram um modelo elipsoidal de ascensão da bolha de Taylor em fluido viscoso e assumindo que o movimento do líquido é irrotacional. Obtiveram uma expressão para a velocidade de ascensão da bolha de Taylor expressada pelo número de Froude na qual depende da razão de aspecto da bolha, do número de Reynolds e do número de Eötvös. A correlação foi comparada com todos os dados publicados sobre velocidade de ascensão de bolhas em tubos preenchido com líquido viscoso. Os dados foram acuradamente representados pela correlação proposta. O ajuste gerou uma família de razões de aspecto na qual depende fortemente do número de Eötvös e menos do número de Reynolds. Isso mostra que a mudança na forma do nariz da bolha é fortemente influenciada pela tensão superficial.

Muitos estudos foram realizados buscando-se entender melhor o mecanismo de ascensão de Taylor, já que não existe empuxo por não haver gradiente de pressão na bolha. Funada (2005) discorre sobre esse paradoxo e aponta para um possível mecanismo de drenagem do líquido sobre a ação da gravidade. No presente trabalho será apresentado um estudo experimental da ascensão de uma única bolha de ar em tubo vertical com líquido estacionário. Pretende-se avaliar o efeito da esteira da bolha utilizando o tubo fechado onde forma uma bolha com nariz e cauda e, portanto com esteira e tubo aberto, onde forma bolha somente com nariz.

## **2. Aparato e Procedimento Experimental**

A seção de teste consiste em dois tubos de acrílico transparente de 26mm de diâmetro interno, 32mm de diâmetro externo. O tubo onde foram realizados testes com água possui 2050mm de comprimento e o tubo onde foram realizados testes com glicerina possui 1680mm de comprimento. A extremidade superior dos tubos foi fechada e na extremidade inferior foi instalada uma válvula de passagem livre garantindo que, quando aberta, o escoamento não fosse perturbado. A instalação de uma válvula atende a necessidade de realizar basicamente dois tipos de testes, sendo um com a extremidade inferior fechada e outro com drenagem total do líquido contido no tubo.

Para o tubo fechado tanto na extremidade superior quanto na extremidade inferior foi necessária ainda, a instalação de um outro tubo de 210mm (também de acrílico), abaixo da válvula, que aqui chamaremos de tubo auxiliar. A extremidade superior do tubo auxiliar foi fixada abaixo da válvula e sua extremidade inferior foi fechada. O tubo auxiliar tem a função de medir o volume de gás liberado para o tubo principal. Ele foi graduado de dez em dez mililitros, o que permitiu um controle relativamente fácil do volume de ar a ser liberado. A Figura 1 apresenta esquematicamente o aparato experimental utilizado.

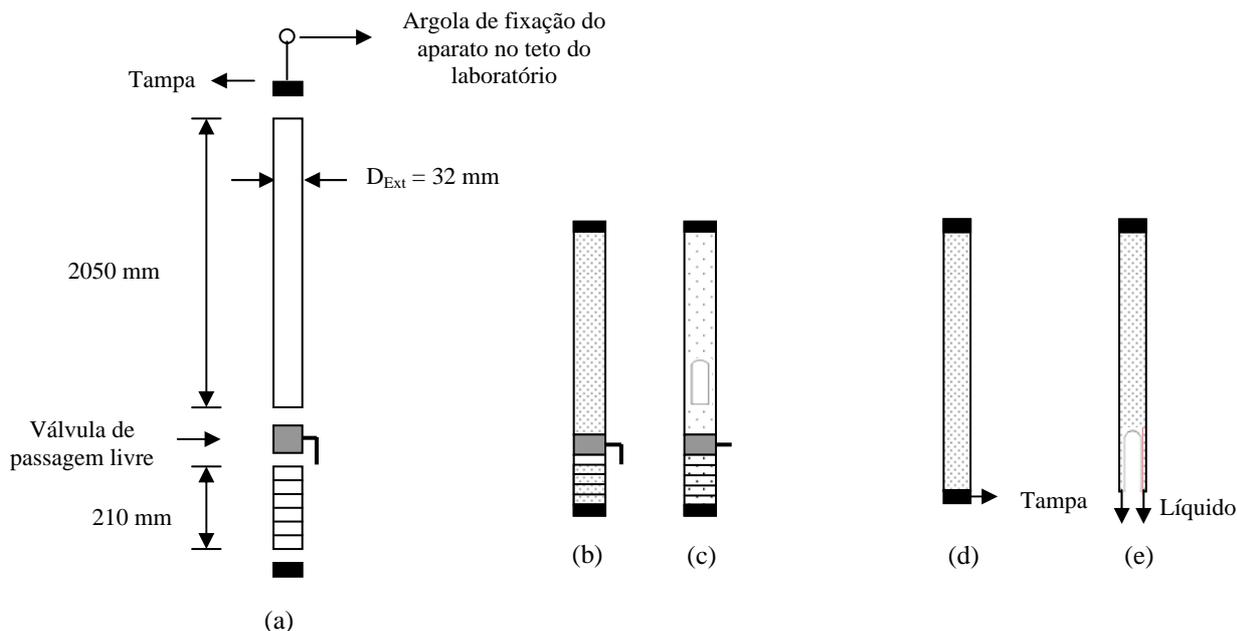


Figura 1: (a) Elementos do aparato experimental. Tubo de 2050mm para testes com água e 1680mm para testes com glicerina; (b,c) Esquema do tubo para o Caso Ar; (d,e) Esquema do tubo para o Caso B.

Para o teste de drenagem total do líquido, a extremidade inferior do tubo auxiliar foi aberta e o controle do experimento ficou a cargo somente da válvula. Para garantir a posição do tubo na direção vertical, o mesmo foi pendurado no teto do laboratório e deixado atingir a posição de equilíbrio, alinhado com a vertical.

Os testes experimentais foram divididos em dois grupos: um onde líquido foi água e outro contendo glicerina. Para cada um desses testes outros dois testes foram realizados. Um com extremidade superior e inferior do tubo fechadas (Caso A) e outro com extremidade superior do tubo fechada e extremidade inferior do tubo aberta (Caso B), ou seja, drenagem total do líquido contido no tubo.

**Caso A:** Extremidade superior e inferior do tubo fechadas com controle de volume de ar liberado, tanto para água quanto para a glicerina, como mostra a Figura 1b.

Com somente uma das extremidades aberta, o tubo principal foi preenchido com o líquido de teste. Em seguida, o tubo auxiliar que está graduado em mililitros, foi calibrado com o líquido de teste de forma a realizar experimentos com o mínimo e o máximo volume de ar permitido pelo aparato experimental e fixado ao tubo principal. O mínimo e o máximo volume de ar liberado para esse caso foi de 40 e 130ml respectivamente.

**Caso B:** Extremidade superior fechada e extremidade inferior aberta com drenagem total do líquido contido no tubo.

Para executar o Caso B, o tubo auxiliar mais a válvula de passagem livre foram desconectados do tubo principal, pois o objetivo desse caso é drenar totalmente o líquido de teste.

Com somente uma das extremidades aberta, o tubo principal foi preenchido com o líquido de teste. Com uma tampa de fácil remoção fixada na extremidade inferior, o tubo foi então pendurado no teto do laboratório, como descrito no Caso A. A tampa foi então retirada e o líquido foi drenado. Um béquer foi utilizado para armazenamento do líquido drenado.

A principal diferença entre os casos A e B está relacionada com a existência ou não de esteira. No Caso A, onde o tubo está fechado em ambas as extremidades, a bolha de ar ascende no tubo jogando o líquido que está a sua frente para sua traseira. Parte desse líquido é “arrastado” junto com o movimento de ascensão da bolha. No Caso B, o líquido é drenado totalmente, ou seja, ao retirar a tampa da extremidade o ar entra e o líquido sai não existindo “traseira da bolha”.

Em ambos os testes a pressão da bolha é constante. No caso A, como o tubo é rígido e o líquido é incompressível, o volume da bolha e sua pressão permanecem constantes ao longo do deslocamento. No caso B, o ar entra a pressão atmosférica.

Para ambos os casos, o tempo de ascensão da bolha, tomando como referência o seu nariz, foi obtido com o uso de um cronômetro digital. Medidas prévias da velocidade de ascensão de uma única bolha mostraram que o valor não se alterou para as três seções diferentes do tubo de teste e, portanto, somente as velocidades nos  $\frac{3}{4}$  finais do tubo serão

apresentadas. O comprimento da bolha foi obtido através de fotografia da bolha. Cinco medidas de tempo foram tomadas e a média das medidas de tempo foi efetuada.

Para água, os valores de densidade, viscosidade e tensão superficial foram obtidos de valores tabelados existentes na literatura. A viscosidade da glicerina foi obtida pela determinação do tempo de queda livre de uma esfera de aço, utilizando o próprio tubo de teste. A tensão superficial da glicerina e ar não foi medida, mas obtida de valores tabelados existentes na literatura. Para evitar grandes variações de temperatura ambiente, os testes foram realizados em um laboratório com temperatura controlada. Os números adimensionais relacionados ao problema da ascensão de uma única bolha de ar em um tubo vertical preenchido com líquido estacionário são respectivamente: número de Morton, número de Eötvös e o número de Reynolds de empuxo definida por

$$M = \frac{g\mu^4}{\rho\sigma^3} ; Eo = \frac{\rho g D^2}{\sigma} ; Re = \frac{[D^3 g(\rho_L - \rho_g)\rho_L]^{1/2}}{\mu} \quad (1)$$

As propriedades de transporte dos fluidos e os grupos adimensionais associados são resumidos na Tabela 1.

Tabela 1: Propriedades de transporte dos fluidos e grupos adimensionais.

Fluido	Temp. (°C)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu$ (cP)	$\sigma^*$ (N/m)	$M$	$Re$	$Eo$
Ar	25	1,2	0,018	-			
Água	25	997	0,89	0,072	$1,65 \times 10^{-11}$	14700	91,82
Glicerina(CasoA)**	24,0/24,5	1250	1016/990	0,063	$3,34/3,01 \times 10^1$	16,4	131,57
Glicerina(CasoA)***	24,5/24,8	1250	1000/965	0,063	$3,13/2,72 \times 10^1$	16,4	131,57
Glicerina (CasoB)	27/27,3	1250	828,7/779,2	0,063	$1,48/1,15 \times 10^1$	20,4	131,57

\*\* Valor da propriedade inicial e final para o teste com menor volume de ar; \* Valores obtidos de tabela;

\*\*\* Valor da propriedade inicial e final para o teste com maior volume de ar;

### 3. Apresentação e Discussão dos Resultados

A Figura 2 apresenta fotografias das bolhas de 40ml e 130ml de ar em ascensão em tubos verticais preenchidos com água e com glicerina respectivamente (Caso A).

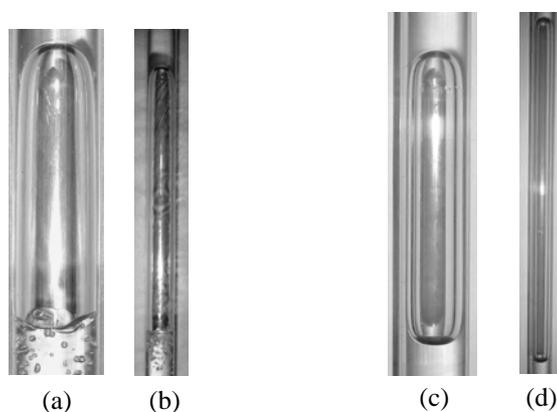


Figura 2: Fotografias de bolhas de Taylor. (a,b) Bolha de ar de 40ml e 130ml em ascensão em água; (c,d) Bolha de ar de 40ml e 130ml em ascensão em glicerina.

#### 3.2. Velocidade da Bolha

As velocidades de ascensão da bolha para o Caso A são apresentadas na tabela 2.

Tabela 2 Velocidade da Bolha na Seção inicial do tubo

Tabela 2: Velocidade da bolha medida nos 3/4 finais do tubo

Volume da Bolha (ml)	Água			Glicerina		
	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)
130	30	1,68	17,8	40	5,38	7,4
40	30	1,68	17,8	40	5,38	7,4

Observa-se através da Tabela 2 que as velocidades de ascensão de uma bolha não dependem do seu volume. Com a variação da viscosidade, de aproximadamente 1:1000 a velocidade de ascensão de uma bolha em glicerina é aproximadamente 2,4 vezes menor do que a velocidade de ascensão de uma bolha em água.

A incerteza da velocidade é de aproximadamente 11% para as medidas de velocidade da bolha em ascensão em água e aproximadamente 4% para as medidas de velocidade da bolha em ascensão em glicerina.

As velocidades para o Caso B são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Caso B - Velocidade da bolha medida nos  $\frac{3}{4}$  finais do tubo

Volume da Bolha (ml)	Água			Glicerina		
	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)	LD (cm)	t (s)	U (cm/s)
Não se aplica	30	1,71	17,5	40	4,57	8,7

A velocidade de ascensão da bolha de ar na drenagem do líquido (Caso B) é próxima da velocidade de ascensão de uma única bolha de ar em tubo fechado. A maior diferença se dá no teste realizado com glicerina e é atribuída às condições do teste. A temperatura para esse teste estava maior, próxima de 27°C e com isso a viscosidade da glicerina diminuiu para aproximadamente 800cP.

Na comparação apresentada pela Tabela 4 e sabendo que a incerteza das velocidades obtidas no presente trabalho é de aproximadamente 12% e 4% respectivamente, verifica-se que as correlações existentes servem muito bem para prever a velocidade de ascensão de uma única bolha de ar em água e também em glicerina. Na correlação universal para velocidade de bolha proposta por Joseph et al. (2003) a incerteza foi de 10% na maioria dos casos. A velocidade dimensional foi adicionada à tabela 13 para fácil comparação entre as velocidades.

Tabela 4: Comparação entre correlações

Correlação	Fluido	$R_c$	$E_o$	$Fr$	$U_B$ (cm/s)
Wallis	Água	14700	91,82	0,344	17,4
	Glicerina	16,4	131,57	0,129	6,5
Joseph et al.	Água	14700	91,82	0,339	17,1
	Glicerina	16,4	131,57	0,135	6,9
Davies e Taylor	Água			-	17,7
Presente Trabalho – Caso A*	Água	14700	91,82	0,352	17,8
	Glicerina	16,4	131,57	0,146	7,4
Presente Trabalho – Caso B	Água	14700	91,82	0,346	17,5
	Glicerina	20,4	131,57	0,174	8,8

\* Valores referentes a dados obtidos na seção 3 do tubo.

### 3.3. Forma do Nariz e Cauda da Bolha

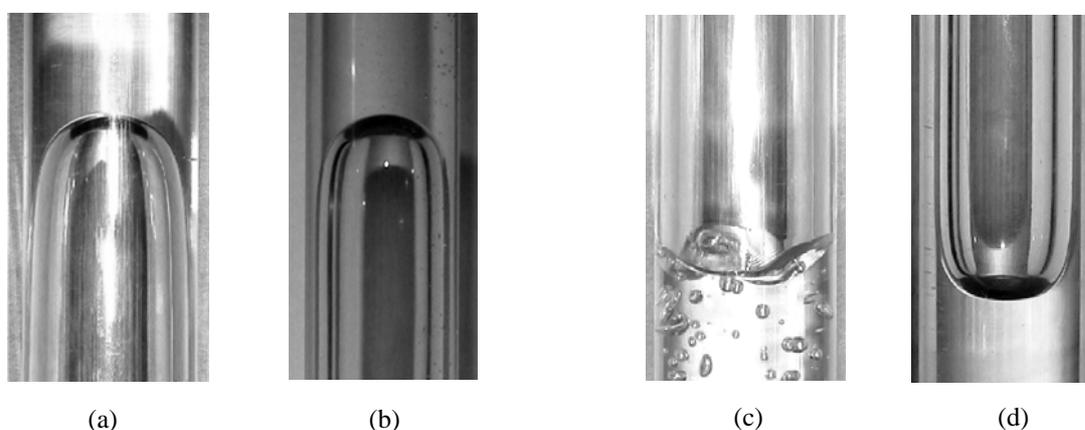


Figura 3: Forma do nariz e cauda da bolha; (a,c) Bolha de ar em água; (b,d) Bolha de ar em glicerina.

Em todos os casos testados experimentalmente foi possível observar a forma do nariz, corpo e cauda da bolha. Verificou-se que a forma aproximadamente esférica do nariz da bolha independe de seu comprimento e da viscosidade do líquido contido no tubo, assim como verificou Nicklin et. al (1962). Verificou-se que para esse caso que o nariz da bolha também possui forma esférica. A cauda da bolha é diferente para os casos onde a bolha ascende em água e em glicerina. Verificou-se que para a bolha em ascensão em água, a cauda da bolha apresenta ondas na interface e presença de esteira enquanto que a bolha em ascensão em glicerina a cauda da bolha possui uma forma convexa

### 3.4. Comprimento da Bolha

Para o Caso A, os comprimentos das bolhas de ar com 40ml e 130ml de volume em ascensão em água, foram de aproximadamente 78mm e 260mm respectivamente, ou em função do diâmetro do tubo como 3D e 10D aproximadamente. Para bolhas de ar com 40ml e 130ml de volume em ascensão em glicerina, os comprimentos foram de aproximadamente 143mm e 524mm ou 5,5D e 20,7D. A razão do comprimento da bolha reflete a razão da variação dos volumes testados que é de aproximadamente 3,25.

### 3.5. Estimativa da Espessura Média do Filme de Líquido

Uma estimativa da espessura de equilíbrio do filme de líquido é obtida a partir do conhecimento do volume da bolha de ar que é liberado e conhecendo a forma da bolha. Para bolha de ar em ascensão em água, a forma da bolha foi aproximada por um cilindro de comprimento  $(L - R)$  mais uma meia esfera de raio  $R$  representando o nariz da bolha, como mostra a Figura 4a. Já para a bolha de ar em ascensão em glicerina foi adicionado mais uma meia esfera na cauda, como mostra a Figura 4b.

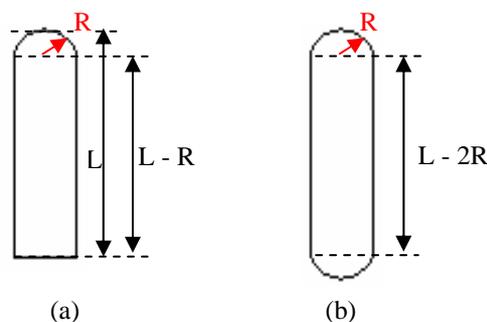


Figura 4: (a) Bolha de ar em ascensão em água: aproximação da cauda da bolha por um plano; (b) Bolha de ar em ascensão em glicerina: aproximação do nariz e da cauda por duas meias esferas.

O Volume da bolha de ar é definido pela eq.(2), onde para água  $n = 1$  e para glicerina  $n = 2$ .

$$V_{Bolha} = \pi R^2 (L - \bar{R}_B) + \frac{n}{3} \pi \bar{R}_B^3 \quad (2)$$

O raio médio do corpo da bolha é estimado resolvendo-se a eq.(2). A partir dela pode-se estimar a espessura média do filme de líquido ( $\delta$ ) como sendo:

$$\bar{\delta} = R_T - \bar{R}_B \quad (3)$$

A Tabela 5 apresenta os resultados da espessura de filme de líquido para a bolha de ar em ascensão em água e também em glicerina.

Tabela 5: Espessura média do filme de líquido - Experimental		
	Água	Glicerina
	130 ml	130 ml
$\bar{\delta}$ (mm)	< 1	4,1

Para ambos os volumes de bolha em ascensão em água, a espessura do filme de líquido é menor do que 1mm devido às incertezas das medidas. A incerteza da espessura média do filme de glicerina é de 5 % para 130ml de volume de ar.

### 3.6. Velocidade de Drenagem

Com a espessura do filme de líquido conhecida, é possível calcular a velocidade média do filme de líquido ao redor da bolha alongada. Para a bolha subir, ela deve deslocar um volume de líquido. Efetuando o balanço de volume, tem-se que:

$$Q = U_B A_B = U_f A_f \Rightarrow V_f = U_B \frac{(R_T - \bar{\delta})^2}{(R_T^2 - (R_T - \bar{\delta})^2)} \quad (4)$$

Onde,  $A_B, A_f$  são as áreas da bolha e do filme de líquido respectivamente e  $V_f$  é a velocidade média do filme de líquido ou simplesmente velocidade de drenagem.

A velocidade média do filme de líquido é de 10,78 cm/s para glicerina. Como a espessura do filme de líquido para a bolha de ar em ascensão em água é menor do que um milímetro, a mínima velocidade é de aproximadamente 114,3 cm/s. Esses resultados estão de acordo com as observações experimentais onde foi possível verificar que na região da bolha, o filme de líquido anda mais rápido do que a bolha.

### 3.7. Modelo de Velocidade da Bolha

A hipótese de drenagem do filme apresentada por Goldsmith e Mason (1962) descreve o equilíbrio entre a força gravitacional e força viscosa é definida como:

$$\rho_L g + (\mu + \mu_T) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d}{dr} V_f \right) = 0 \quad (4)$$

Para a bolha em ascensão em água, o filme de líquido é turbulento. Para o caso de regime turbulento, a espessura média do filme de líquido obtida no presente trabalho foi avaliada a partir dos modelos de Brotz (1954) e de Taitel e Barnea (1990) junto com a eq.(4). Esses modelos utilizam a definição de espessura de filme de equilíbrio. A espessura de equilíbrio é alcançada quando a espessura do filme ao longo da bolha não se altera.

Os resultados são apresentados na Tabela 6 e indicam uma espessura de 0,82 mm em concordância com as medidas experimentais.

Tabela 6: Espessura do filme de líquido - turbulento

Comparação – Espessura	Água 130 ml
Presente trabalho – experimental (mm)	< 1
Modelo Turbulento (Taitel e Barnea) (mm)	0,82
Modelo Turbulento (Brotz) (mm)	0,82

Para os testes com glicerina foi considerado um filme de líquido em regime laminar e o escoamento modelado como axi-simétrico em regime permanente na região onde há equilíbrio entre a força de campo e a força viscosa. Da equação (4) pode-se determinar a velocidade da bolha ( $U_B$ ) em função da espessura do filme de líquido

$$U_B = - \frac{gR^2}{8\nu(-1+\lambda)^2} \left[ \lambda(4-14\lambda+12\lambda^2-3\lambda^3) + 4(-1+\lambda)^4 \ln(1-\lambda) \right] \quad (5)$$

Onde  $\lambda = \frac{\delta}{R_T}$

Uma forma aproximada para a eq.(5) é obtida retendo os termos de até 3ª ordem em  $\lambda$ .

$$U_B = \frac{2}{3} \frac{gR_T^2 \lambda^3}{\nu(1-\lambda)} \quad (6)$$

Um outro modelo que foi utilizado para estimar a velocidade da bolha em função da espessura, foi a de filme plano. Para um escoamento em regime permanente com superfície livre, tem-se que a velocidade da bolha é dada por:

$$U_B = \frac{2}{3} \frac{g R_T^2 (\lambda)^3}{\nu (1 - \lambda)^2} \tag{7}$$

A Tabela 7 apresenta uma comparação de espessura de filme de líquido para a bolha de ar em ascensão em glicerina.

Tabela 7: Espessura do filme de líquido - laminar

Comparação - Espessuras	Glicerina 130 ml
<b>Presente trabalho – Experimental (mm)</b>	4,1
<b>Modelo Laminar – Anular(Sol. Exata, Eq.31) (mm)</b>	4,2
<b>Modelo Laminar – Anular(Sol. Aprox, Eq.32 (mm)</b>	4,2
<b>Modelo Laminar – Filme plano (mm) – Eq. (35)</b>	3,8

Da Tabela 7 nota-se que a espessura de filme de glicerina para bolhas de 40ml de ar é menor do que a espessura de filme de glicerina para bolha de 130ml de ar. Essa diferença é atribuída à incerteza da espessura do filme de líquido que é de aproximadamente 20% para bolhas de 40ml.

A espessura do filme de líquido com maior discrepância foi obtida para o modelo de filme plano de líquido. Essa diferença é atribuída a hipótese de filme plano. A medida que a espessura do filme de líquido aumenta a hipótese do filme de líquido não é adequada.

Utilizando um modelo de filme anular, a espessura do filme de líquido é muito próxima da espessura obtida experimentalmente para ambos os volumes de ar testados, embora um valor menor era esperado devido a aproximação do modelo.

Quando  $\lambda$  tende a zero, os modelos(filme anular e filme plano) tendem para a mesma solução, como mostra a Figura 5.

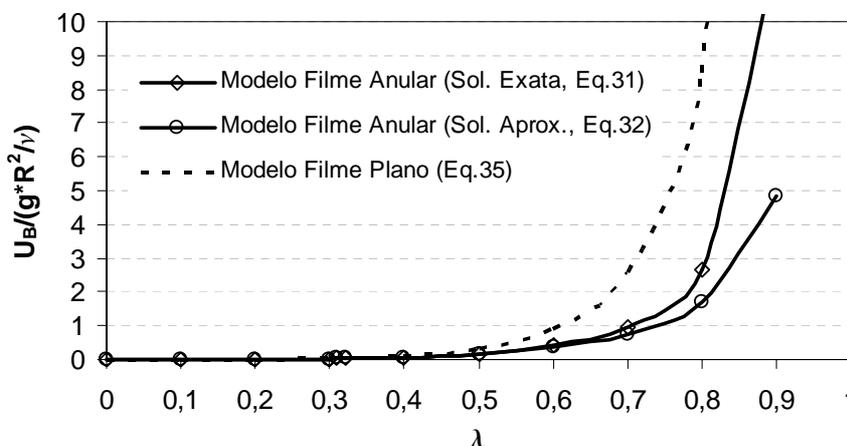


Figura 5: Comparação entre modelos

#### 4. Conclusões

Uma análise experimental da velocidade de ascensão de uma única bolha em um líquido contido dentro de um tubo vertical foi efetuada. A velocidade da bolha foi calculada medindo seu tempo de deslocamento. Testes foram realizados tanto para a água quanto para a glicerina em dois casos, denominados de Caso A e Caso B. As velocidades de ascensão de uma única bolha alongada foi calculada a partir dos dados experimentais. Os resultados de velocidade obtidos no presente trabalho concordam muito bem com aqueles calculados a partir de correlações existentes na literatura.

Os resultados de velocidade obtidos no presente trabalho concordam muito bem com os resultados existentes na literatura. As velocidades de ascensão da bolha são muito próximas para o menor e o maior volume experimentado e que é independente de seu comprimento.

Para os testes realizados com as extremidades fechadas (Caso A), verificou-se a independência da tensão superficial com a variação da viscosidade. Esse resultado concorda com a correlação gráfica proposta por White e Beardmore que apresenta em quais condições os efeitos de cada força poder ser desprezadas.

A velocidade de ascensão da bolha em água é de aproximadamente 2,5 vezes maior do que a velocidade de ascensão da bolha em glicerina embora, a viscosidade tenha variado da ordem de 1:1000.

O comprimento da bolha de ar em ascensão em glicerina é 2 vezes maior do que o comprimento da bolha de ar em ascensão em água. Esse resultado era esperado devido a formação de um filme mais grosso.

Através da Figura 3 foi possível verificar que o nariz das bolhas possuem forma muito próxima a de uma esfera. Quanto à cauda das bolhas, observou-se a existência de esteira para a ascensão da bolha em água e uma região de turbulência. Para glicerina isso não ocorre devido ao aumento da viscosidade do fluido experimentado.

#### *Características Não Explicadas Deste Fenômeno*

Ao estudar a ascensão de uma bolha em um líquido, deve-se efetuar um balanço de forças que agem na bolha. A bolha estará sujeita ao seu próprio peso, a um empuxo e a um arrasto. O empuxo é diretamente relacionado ao volume de líquido deslocado pelo volume da bolha. Na seção 5.4 foi visto que a ascensão da bolha de ar independe do seu volume, ou seja, não existe empuxo.

As correlações empíricas como a de Joseph (2003), White e Beardmore (1962), Wallis (1969), entre outras, não dependem do comprimento da bolha. Análises teóricas em escoamento com ausência de viscosidade realizados por Davies e Taylor (1950) e com viscosidade realizados por Joseph (2003) também indicam a independência do comprimento da bolha. Assim, uma explicação é que esse tipo de escoamento é dirigido um fenômeno de drenagem do líquido sobre a ação da gravidade e gradiente nulo de pressão na bolha, como pôde-se observar na seção 3.7 do presente trabalho

#### **Agradecimentos**

Esse trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

#### **Referências**

- BATCHELOR, G. K., **The stability of a Large Gas Bubble Rising Through Liquid**, Journal of Fluid Mechanics, v184, pp.399-422, 1987.
- BHAGA, T., WEBER, M., **Bubbles in Viscous Liquids: shapes, Wakes and Velocities**, Journal of fluid Mechanics, v105, pp. 61-85
- BRETHERTON, F. P., **The Motion of long Bubbles in Tubes**, Journal of fluid Mechanics, v10, pp. 166-188, 1961.
- BROWN, R. A. S., **The Mechanics of Large Gas Bubbles in Tubes – I. Bubble Velocities in Stagnant Liquids**. Canadian Journal of Chemical Engineering, v43(5), pp. 217-223, 1965.
- DAVIES, R. M., TAYLOR, G. I., **The Mechanics of Large Bubbles Rising Through Liquids in Tubes**. Proceedings Royal Society of London., A200, pp. 375-390, 1950.
- FERNANDES, R. C., SEMIAT, R., DUCKLER, A. E., **Hydrodynamic Model for Gas-Liquid Slug Flow in Vertical Tubes**. AIChE Journal, v29, nº 6, pp.981-989, 1983.
- FOX, R. W., McDONALD, A. T., **Introduction to Fluid Mechanics**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 5ª Ed. 1998, 762p.
- FUNADA, T., JOSEPH, D. D., MAEHARA, T., YAMASHITA, S., **Ellipsoidal Model f the Rise of a Taylor Bubble in a Round Tube**. International Journal of Multiphase Flow, v31, pp. 473-491, 2005.
- GOLDSMITH, H. L., MASON, S. G., **The Movement of Single Large Bubbles in Closed Vertical Tubes**, Journal of fluid Mechanics, v10, pp. 42-58, 1962.
- GRIFFITH, P., WALLIS, G. B., **Two-Phase Slug Flow**. Journal Heat Transfer, v83, pp. 307-320, 1961.
- KLINE, S. J., McCLINTOCK, F. A. **Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments**. Mechanical Engineering, v75, pp. 3-8, 1953.
- MOORE, D. W., **The Rise of a Gas Bubble in a Viscous Liquid**. Journal of Fluid Mechanics, v6, pp. 113-130, 1959.
- NICKLIN, D. J., WILKES, J. O., DAVIDSON, J. F., **Two-Phase Flow in Vertical Tubes**. Transactions of Institution of Chemical Engineers, v40, pp. 61-68, 1962.
- TAITEL, Y., BARNEA, D., **Two Phase Slug Flow**. In Advanced In Heat Transfer, v20, pp83-132, 1990.
- VIANA, F., PARDO, R., YÁNEZ, R., TRALLERO, J. L., JOSEPH, D. D., **Universal Correlation for the Rise Velocity of Longs Gas Bubbles in Round Pipes**. Journal of Fluid Mechanics, v494, pp. 379-398, 2003.
- WALLIS, G. B., **One Dimensional Two-Phase Flow**. New York: McGraw-Hill, 1969, 408p.
- WHITE, E. T., BEARDEMORE, R. H., **The Velocity of Rise of Single Cylindrical Air Bubbles Through Liquids Contained in Vertical Tubes**. Chemical. Engineering Science, v17, pp. 351-361, 1962.

ZUKOSKI, E. E., **Influence of Viscosity, Surface Tension, and Inclination Angle on Motion of Long Bubbles in Closed Tubes**, Journal of Fluid Mechanics, v25, pp. 821-837, 1966.

**TITLE**

Rise Bubble in Vertical Tubes in Stagnant Liquid: Experimental Analysis

**André Damiani Rocha**

[damiani@fem.unicamp.br](mailto:damiani@fem.unicamp.br)

**Eugênio Spanó Rosa**

[erosa@fem.unicamp.br](mailto:erosa@fem.unicamp.br)

University State of Campinas

Faculty of Mechanical Engineering – Department of Energy

PB: 6122 – ZIPCODE 13083-970 – Campinas – SP – Brazil

**Abstract**

The rise of air bubble in vertical tubes with stationary liquid was studied experimentally. The objective of the experiment was to determine the rising bubble velocity, the shape of the nose and tail and finally, its length. A estimate of the average thickness of the liquid film also was calculated. The carried through experimental tests had been divided in two groups. One where the liquid contained in the pipe was the water and another one contend pure glycerin. The viscosity range of the liquids is of approximately 1:1000. For each one of these tests others two tests had been carried through. One with upper/lower extremity of the pipe closed (Case) and another one with superior extremity of the closed pipe and inferior extremity of the open pipe (Case B). For the Case, tests had been carried through for bubble 40 and 130ml of air. From the measures of time of displacement of the nose of the bubble, it was possible to determine the speed of rise bubble and from photographs of the air bubble it was possible to also determine the form of the nose and tail of the bubble and its length. An analysis using the dimensionless numbers of Eötvös and Morton showed that the rise velocity of a air bubble in water is independent of viscosity and surface tension. For the glycerin, the rise velocity only depends on the forces viscose. These results are presented and compared with results existing in literature.

Keywords: Taylor Bubble, Vertical Tube, Stagnant Liquid